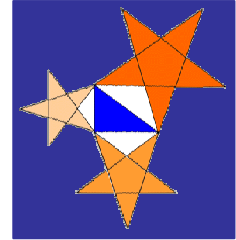


# ΠΡΟΣΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ



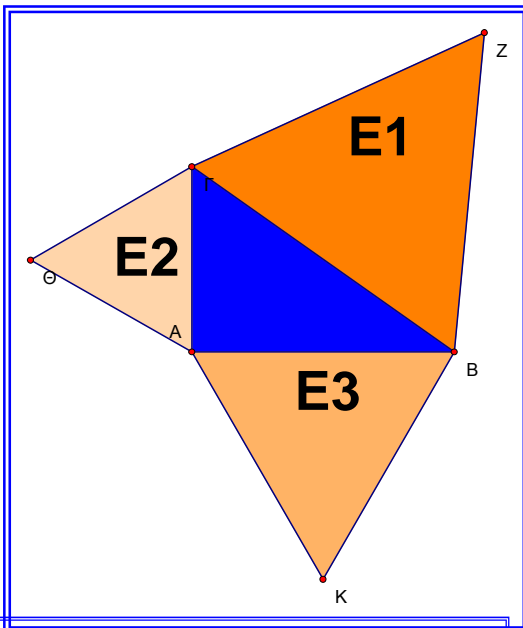
Σταυρούλα

Πατσιομίτου

Έν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τῆν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τῆν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις

Στοιχεία του Ευκλείδη (I Βιβλίο, πρόταση 47 )

**Γ**νωρίζετε ότι το τετράγωνο που σχηματίζεται με πλευρά την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου έχει ἴσο εμβαδόν με το άθροισμα των τετραγώνων που σχηματίζονται στις δυο κάθετες πλευρές του



Τι θα συμβεί όμως αν αντικαταστήσουμε τα τετράγωνα με ισόπλευρα τρίγωνα;

Κατασκευάζουμε εξωτερικά του ορθογωνίου τριγώνου ισόπλευρα τρίγωνα. Το εμβαδόν του ισοπλεύρου με πλευρά  $a$  είναι

$$E_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Το εμβαδόν του ισοπλεύρου με

πλευρά  $\beta$  είναι  $E_2 = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{4}$  και με πλευρά  $\gamma$

είναι  $E_3 = \frac{\gamma^2 \sqrt{3}}{4}$  επομένως

$$E_2 + E_3 = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{\gamma^2 \sqrt{3}}{4} = (\beta^2 + \gamma^2) \frac{\sqrt{3}}{4} =$$

$$a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = E_1.$$

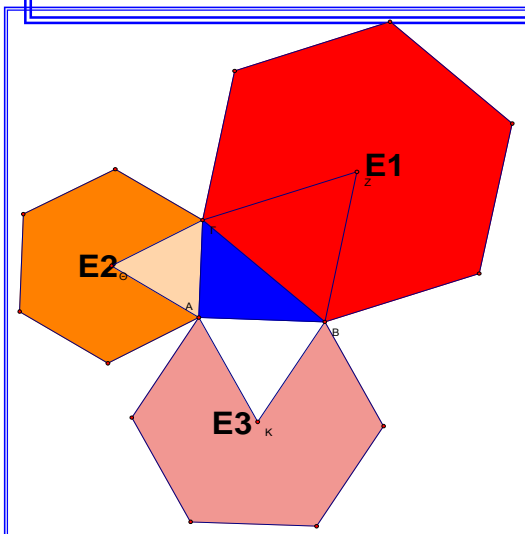
Δηλαδή ισχύει ότι :  $E_1 = E_2 + E_3$

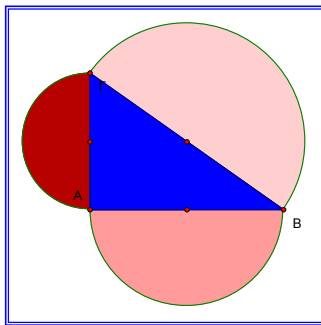
**Και στην συνέχεια αν αντικαταστήσουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα με κανονικά εξάγωνα ;**

**Μπορείτε να αποδείξετε ότι ισχύει και πάλι**

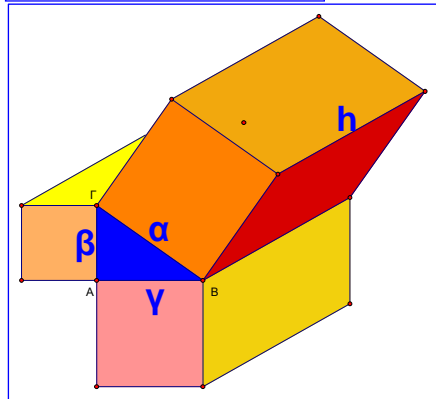
$$E_1 = E_2 + E_3$$

(Για ποια άλλα κανονικά ή όχι πολύγωνα ισχύει ; )





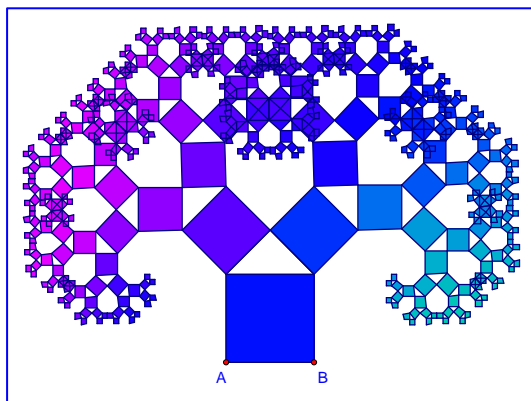
Ομοίως για τα εμβαδά των ημικυκλίων που έχουν ως διαμέτρους τις πλευρές του ;



Υποθέστε ότι έχουμε ένα τριγωνικό πρίσμα (με βάση ορθογώνιο τρίγωνο) και στις έδρες του έχουμε τοποθετήσει παραλληλεπίπεδα με βάσεις τετράγωνα .

Τι ισχύει για τους όγκους των τρισδιάστατων σχημάτων που βλέπετε στο σχήμα σας ;

Και μια δραστηριότητα:



Στην εικόνα αριστερά ένα μαθηματικό δέντρο<sup>1</sup>.

Το Πυθαγόρειο δέντρο !!

Παρατηρείστε το σχήμα και γράψτε μας:

- Πως σχηματίζονται οι κλάδοι του δέντρου;
- Ποιες επαναλήψεις γεωμετρικών σχημάτων διακρίνετε ;
- Μπορούμε να υπολογίσουμε τα εμβαδά των διαδοχικών

τετραγώνων αν γνωρίζουμε το μήκος της πλευράς AB

Βοηθητικό στοιχείο στα σχήματα κάτω τα 3 πρώτα βήματα κατασκευής του Πυθαγόρειου δέντρου

1 <sup>ο</sup> βήμα κατασκευής	2 <sup>ο</sup> βήμα κατασκευής	3 <sup>ο</sup> βήμα κατασκευής

<sup>1</sup> (Το σχήμα έχει γίνει στο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας Geometer's Sketchpad v4.07.)